TD Microéconomie, structures de marché et comportements statégiques,

Correction dossier 2

Mickael Sixdenier

Version : 9 mars 2023

Exercice 1. Monopole discriminant

Données de l'énoncé,
Fonction de demande : $D(p) = 100 - p$
Coût total : $C(q) = 10q$

1) Fonction de demande inverse et interprétation,
La fonction de **demande inverse** est donnée par $p(q) = 100 - q$ (*Attention : isoler p est immédiat ici et la ressemblance avec la demande initiale est un pur hasard. A garder en tête que ce n'est pas toujours le cas.*). Pour rappel, la demande inverse représente la disposition à payer des consommateurs pour une quantité donnée (i.e., prix de réserve). Si l'on considère des **consommateurs distincts** et que chacun peut consommer 0 ou 1 unité, alors on interprète $p(q)$ comme la **disposition (consentement) à payer du consommateur marginal**.

2) Discrimination parfaite,
Dans ce type de configuration, les consommateurs ont des préférences différentes et le monopole est capable,

- ✓ de connaître l'**ensemble de variétés de préférences** ;
- ✓ d'**assigner chaque consommateur à un type de préférences**.

Avec cette **information parfaite** et **sans arbitrage** (hypothèse selon laquelle les consommateurs ne peuvent pas se revendre des unités entre eux), il **individualise la tarification** : chaque consommateur fera face à un prix (le monopole ayant intégré les préférences de chaque consommateur dans la maximisation).

3) Profit du monopole et surplus des consommateurs,
En discrimination parfaite, le monopole connaît la disposition à payer de chaque consommateur marginale. Autrement dit, pour chaque unité supplémentaire de q, **il sait quelle quantité monétaire son prochain client sera prêt à débourser** : $p(q) = 100 - q$.

Pour toute quantité q, **tant que cette disposition à payer est supérieur au coût marginal de production**, le monopole tarifie $p(q)$ au prochain consommateur qui viendra. L'offre est,

$$p(q) = 100 - q \text{ si } q \leq 90$$

A propos du surplus sur le marché,

- ➢ **Le surplus des consommateurs est nul** : le monopole capture absolument toute la disposition à payer de chacun des consommateurs (leur gain marginal lié à la consommation de leur unité égale la perte d'utilité liée à la dépense) ;

➢ Le surplus du producteur est donné par le calcul du profit : la recette marginale est donnée par la **somme sur la quantité vendue de chaque prix individualisé**. La coût marginal est **10 que l'on somme sur la quantité vendue**,

$$\pi(q) = \int_0^{90} \Big(\underbrace{100 - x}_{R'(q)} - \underbrace{10}_{C'(q)} \Big) dx = \Big[90x - \frac{x^2}{2} \Big]_0^{90} = \frac{1}{2} 90^2$$

Exercice 2. Monopole discriminant et régulation

Données de l'énoncé,
Sur le marché 1 : $D_1(p) = \frac{1}{2}(6 - p_1)$
Sur le marché 2 : $D_2(p) = \frac{1}{2}(4 - p_2)$
Coût total : $C(q) = q$

1) Quel équilibre pour chaque portion du marché ?

Pour chaque portion du marché, le monopole maximise son profit. On peut voir ça comme une entreprise qui a deux filiales, et chacune d'entre elle maximise son profit sachant la demande à laquelle elle fait face. On suit les étapes habituelles,

	Marché 1	Marché 2
Demande inverse $p(q)$	$6 - 2q$	$4 - 2q$
Fonction de profit $\pi(q)$	$(6-2q)q - q = (5-2q)q$	$(4-2q)q - q = (3-2q)q$
Conditions de maximisation		
CPO : $\pi'(q) = 0$	$5 - 4q = 0 \implies q_1^M = \frac{5}{4}$	$3 - 4q = 0 \implies q_2^M = \frac{3}{4}$
CSO : $\pi''(q) < 0$	$-4 < 0$	$-4 < 0$
Prix de monopole	$p_1^M(q_1^M) = 6 - 2 \times \frac{5}{4} = \frac{7}{2}$	$p_2^M(q_2^M) = 4 - 2 \times \frac{3}{4} = \frac{5}{2}$
Equilibre	$\boxed{\{p_1^M; q_1^M\} = \left\{\frac{7}{2}; \frac{5}{4}\right\}}$	$\boxed{\{p_2^M; q_2^M\} = \left\{\frac{5}{2}; \frac{3}{4}\right\}}$

Le prix sur le marché 1 est plus élevé que celui sur le marché 2. La quantité vendue est plus importante sur le marché 2 que sur le marché 1. Les prix de réserve sont également différents : le **calcul sur surplus** des consommateurs permet de comparer les 2 marchés,

$$SC_1^D = \frac{1}{2}\left(\overline{p}_1 - p_1^M\right)q_1^M = \frac{1}{2}\left(6 - \frac{7}{2}\right)\frac{5}{4} = \frac{25}{16}$$

$$SC_2^D = \frac{1}{2}\left(\overline{p}_2 - p_2^M\right)q_2^M = \frac{1}{2}\left(4 - \frac{5}{2}\right)\frac{3}{4} = \frac{9}{16}$$

Le prix plus élevé sur le marché 1 est due à **une demande moins élastique que sur le marché 1**. Pour tout $p > 0$,

$$\varepsilon_1 = \frac{p}{6-p} < \varepsilon_2 = \frac{p}{4-p}$$

Malgré le prix plus élevé, **la demande globale étant plus importante sur le marché 1** ($D_1(0) = 6 > D_2(0) = 4$) les consommateurs peuvent consommer davantage que sur le marché deux. In fine, le surplus retiré par les consommateurs du marché 1 est plus élevé que sur le marché 2 (l'effet prix négatif lié à la demande moins élastique est compensé par la taille du marché)

2) Impossibilité de discrimer,

La demande est désormais considérée comme une entité globale. Avec exemple des filiales, on pourrait imaginer une entreprise qui décide de rassembler ses deux entités pour n'en former plus qu'une seule qui fera face au marché global. Le tout est de savoir **selon quels intervalles de prix, quelle partie de la demande sera effective**. A partir de $D_1(p)$ et $D_2(p)$ on trouve que **ces demandes seront effective (strictement positives) respectivements pour des prix inférieurs à 6 et à 4**. Quid de la demande qui somme ces deux entités ?

En superposant ces conditions, on aura que **la demande globale** $D(p)$ sera constituée de $D_1(p)$ et $D_2(p)$ tant que le prix est inférieur à 4 (toute deux effectives). Au dela de 4, et jusqu'à 6, uniquement $D_1(p)$ sera effective. Ainsi,

$$D(p) = \begin{cases} D_1(p) + D_2(p) & \text{si } p < 4 \\ D_1(p) & \text{si } p \in [4;6[\end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad D(p) = \begin{cases} \frac{1}{2}(6-p) + \frac{1}{2}(4-p) & \text{si } p < 4 \\ \frac{1}{2}(6-p) & \text{si } p \in [4;6[\end{cases}$$

En simplifiant,

$$\boxed{D(p) = \begin{cases} 5 - p & \text{si } p < 4 \\ \frac{1}{2}(6-p) & \text{si } p \in [4;6[\end{cases}}$$

La demande totale est conditionnée par les intervalles de prix : on part de ces conditions pour trouver des **conditions en quantités qui définissent la demande inverse globale**,

- ➢ Pour $p < 4$ on aura simplement $p(q) = 5 - q$ immédiatement. Ne pas oublier que cette demande inverse est valide si et seulement si, les quantités vendues sont supérieures à 1. En effet, $5 - q < 4$ (condition initiale sur le prix) est équivalent à $q > 1$;
- ➢ Pour $p \in [4;6[$, on isole p dans $D(p) = \frac{1}{2}(6-p)$. D'après la question 1. on sait que $p(q) = 6 - 2q$. L'intervalle initial de prix est respecté pour une quantité positive strictement inférieur à 1 : $4 < 6 - 2q < 6 \Leftrightarrow -2 < -2q < 0 \Leftrightarrow 1 > q > 0$.

En somme, la **demande inverse globale** est,

$$\boxed{p(q) = \begin{cases} 5 - q & \text{si } q > 1 \\ 6 - 2q & \text{si } q < 1 \end{cases}}$$

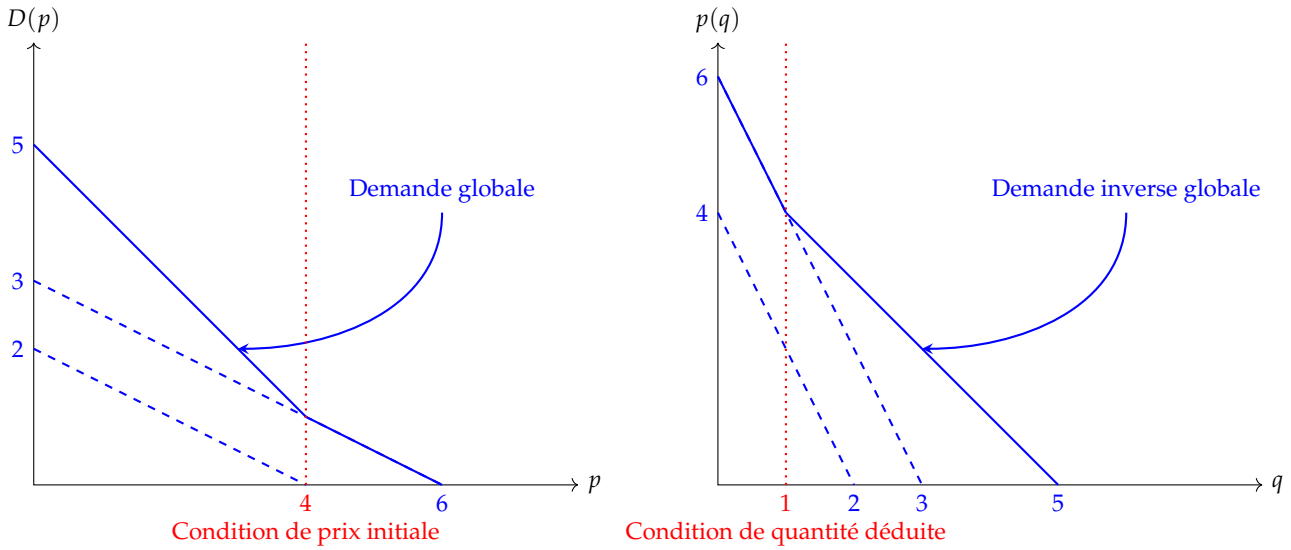

FIGURE 1 – Demande globale et demande inverse globale

On se demande si le monopole fixera une prix tel qu'**il sert les deux marchés** (se trouve à gauche) ou tel qu'**il ne sert que le marché 1** où les consommateurs ont une plus grande disposition à payer de la condition de prix (se trouve à droite de la droite rouge pointillée). On a calculé à la question 1 l'équilibre dans le cas où le monopole ne sert que le marché 1.

i) Marché 1 servi uniquement : Dans ce cas, l'équilibre est donné par $\{p_1^M; q_1^M\} = \left\{\frac{7}{2}; \frac{5}{4}\right\}$. Or pour ne servir que le marché 1, le prix doit être supérieur à 1, ce qui n'est pas le cas $\Rightarrow$ **solution incohérente** : si le monopole agit de la sorte, il attirera des consommateurs du marché 2 et la solution ne sera plus optimale ;

ii) Deux marchés servis : Dans ce cas, le monopole maximise son profit étant donné $p(q) = 5 - q$. Avec les étapes habituelles on trouve le couple $\boxed{\{p^M; q^M\} = \{3; 2\}}$. *Attention : cet équilibre n'est valable que s'il vérifie la condition initiale de prix !* Ici $p^M < 4$ $\Rightarrow$ **solution cohérente**, il s'agit du comportement optimale pour le monopole qui est empêché de discriminer ;

Le **prix optimal sera donc 3** : les consommateurs du marché 2 vont subir un prix plus élevé que si le monopole avait pu discriminer mais les consommateurs du marché 1 feront face à un prix plus faible que si le monopole avait maximiser sur leur branche uniquement,

$$\overbrace{p_2^M = \frac{5}{2} < p^M = 3}^{\text{Perdants marché 2}} \underbrace{< p_1^M = \frac{7}{2}}_{\text{Gagnants marché 1}}$$

L'effet global sur le surplus des consommateurs dépendra du poids relatif des perdants et des gagnants sur les deux branches du marché global,

$$SC_1 = \frac{1}{2}(\overline{p}_1 - p^M)\boldsymbol{D_1(p^M)} = \frac{1}{2}(6-3)\boldsymbol{D_1(3)} = \frac{1}{2}(6-3)\frac{3}{2} = \frac{9}{4} > SC_1^D = \frac{25}{16}$$

$$SC_2 = \frac{1}{2}(\overline{p}_2 - p^M)\boldsymbol{D_2(p^M)} = \frac{1}{2}(4-3)\boldsymbol{D_2(3)} = \frac{1}{2}(4-3)\frac{1}{2} = \frac{1}{4} < SC_2^D = \frac{9}{16}$$

On voit que **les consommateurs du marché 1 sont gagnants** par rapport à la situation de discrimination : $SC_1 > SC_1^D$. Au contraire, **les consommateurs du marché 2 sont perdants** : $SC_2 < SC_2^D$. Dans l'ensemble, le surplus sur les deux branches permet de conclure que **l'effet des perdants est plus que compensé par l'effet positif des gagnants**,

$$\boxed{SC = \frac{40}{16} > SC^D = \frac{34}{16}}$$

Du côté du producteur **on compare le profit dans la situation de discrimination** où le marché 1 est servi uniquement $\pi^D(q_1^M)$ **et la situation de non-discrimination** $\pi(q^M)$,

$$\pi(q^M) = p^M \cdot q^M - q^M = 4 = \frac{16}{4}$$

$$\pi^D(q_1^M; q_2^M) = \left(p^M \cdot q^M - q^M\right) - \left(p_1^M \cdot q_1^M - q_1^M + p_2^M \cdot q_2^M - q_2^M\right) = \frac{17}{4}$$

Le monopole aurait préféré pouvoir discriminer : $\boxed{\pi < \pi^D}$. En rassemblant toute l'information, on voit que le passage d'une situation de discrimination à la non-discrimination grâce au régulateur permet d'améliorer le surplus. Initialement à $\frac{102}{16}(\frac{34}{16} + \frac{17}{4})$, l'interdiction de la discrimination fait passer le surplus total à $\frac{104}{16}(\frac{10}{4} + \frac{16}{4})$. Donc,

$$\boxed{\Delta ST = ST - ST^D > 0}$$

Exercice 3. Popularité

Données de l'énoncé,
Stade avec une capacité de 50,000 places. 7 matchs programmés.
Fonctions de demande selon la popularité des matchs : $D_1(p) = 90 - 3p$; $D_2(p) = 150 - 3p$; $D_3(p) = 240 - 3p$
Coût total : $C(q) = 0$

1) Maximisation du profit,

Si l'on cherche une généralité dans le problème : le monopole ne subit pas de coût, indépendamment du type de match. Seul la taille du marché varie ($D_i(p = 0)$ pour i = 1,2,3). **Le monopole maximise uniquement sa recette totale** (pas de coût). Si l'on pose $A_i = D_i(p = 0)$ pour tout i, on calcule la **demande inverse** associée à chaque match comme ci-suit,

$$D_i(p) = A_i - 3p \;\Leftrightarrow\; p_i(q) = \frac{1}{3}(A_i - q)$$

On pose le programme de maximisation et les conditions de maximisation,

$$\max_q \left\{ \pi_i(q) = \frac{1}{3}(A_i - q) \cdot q \right\}$$

$$\text{CPO} : \pi_i'(q) = 0 \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{3}\Big(A_i - 2q\Big) = 0 \;\Leftrightarrow\; q_i^M = \frac{A_i}{2}$$

$$\text{CSO} : \forall q,\ \pi_i''(q) = -\frac{2}{3} < 0$$

En réintroduisant dans la demande inverse on trouve le prix d'équilibre,

$$p_i(q_i^M) = \frac{1}{3}\Big(A_i - \frac{A_i}{2}\Big) = \frac{A_i}{6}$$

Pour chaque demande associée à la popularité des matchs on a un **équilibre générique qui dépend uniquement de la taille du marché (A_i) et est conditionné par la taille du stade : $q_i^M \leq 50$** ! Donc,

$$\boxed{\{p_i^M; q_i^M \mid q_i^M \leq 50\} = \left\{ \frac{A_i}{6}; \frac{A_i}{2} \mid A_i \leq 100 \right\}} \qquad \boxed{\{p_i^M; q_i^M \mid A_i > 100\} = \left\{ \frac{1}{3}(A_i - 50); 50 \mid A_i > 100 \right\}}$$

On remplace par les valeurs numériques,

- $i = 1$ ($A_i = 90$) : L'équilibre est $\{15; 45\}$;
- $i = 2$ ($A_i = 150$) : L'équilibre est $\left\{ \frac{100}{3}; 50 \right\}$;
- $i = 3$ ($A_i = 240$) : L'équilibre est $\left\{ \frac{190}{3}; 50 \right\}$.

2) Travaux d'agrandissement,

Les travaux induisent un coût marginal unitaire (par place supplémentaire) de 40. Or, ne serait-ce qu'avec le match le plus populaire, chaque place est vendue pour un prix $p_3 = \frac{190}{3} > 40$. **La recette marginale de ce match permet de supporter les coût d'agrandissement du stade**. Ils sont viables et souhaitables.

Exercice 4. Rendements d'échelle et monopole régulé

Données de l'énoncé,
Fonction de demande : $D(p) = 100 - p$
Coût total : $C(q) = 10q + 10$

1) Rendements d'échelle,

Définition : Les rendements d'échelle permettent d'avoir une **mesure de l'accroissement de la production consécutive à une augmentation *simultanée* et dans la *même proportion* de tous les facteurs de productions**.

Ils peuvent être calculés grâce à la fonction de production de l'entreprise (qui associe les intrants -travail et capital- pour constituer le bien vendu). Ici, la fonction de production n'est pas renseignée. On a cependant **la fonction de coût** : elle garantie la minimisation des coûts pour chaque quantité q et intègre déjà les considérations relatives à la production, donc les rendements (cf. discussion *question 3. a)* de l'*exercice 2* du précédent dossier). Le coût moyen (coûts totaux rapportés aux quantités produites) nous renseigne sur ces rendements et plus particulièrement sa dérivée :

- Si $\boldsymbol{CM'(q) < 0}$, alors les rendements sont **croissants** ;
- Si $\boldsymbol{CM'(q) = 0}$, alors les rendements sont **constants** ;
- Si $\boldsymbol{CM'(q) > 0}$, alors les rendements sont **décroissants**.

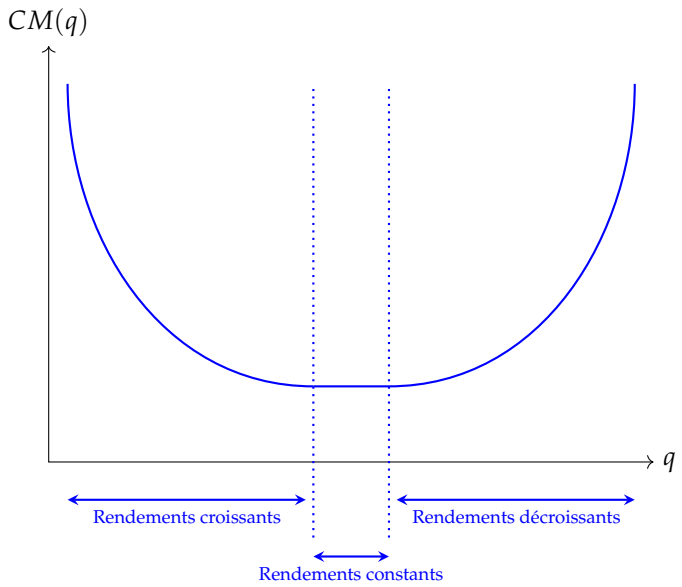

FIGURE 2 – Rendements d'échelle et coût moyen : cas général

La figure 2 résume ces trois cas. Avec les données de l'énoncé, on a : $CM(q) \equiv \frac{C(q)}{q} = 10 + \frac{10}{q}$. Et sa dérivée : $\boxed{\forall q,\ CM'(q) = -\frac{10}{q^2} < 0}$. **Les rendements sont croissants** : à mesure que l'on accroît en même temps et dans la même proportion tous les facteurs de production, la quantité produite se voit être plus que multipliée par cette proportion.

Pour aller plus loin : Si l'on représente la fonction de production qui allie capital (K) et travail (L) comme $F(K;L)$. On a les trois même cas de figure pour tout coefficient multiplicateur $\lambda > 0$,

- Rendements **croissants** (multiplication plus que proportionnelle) : $F(\lambda K; \lambda L) > \lambda F(K;L)$;

- ➢ Rendements **constants** (multiplication proportionnelle) : $F(\lambda K;\lambda L) = \lambda F(K;L)$;
- ➢ Rendements **décroissants** (multiplication moins que proportionnelle) : $F(\lambda K;\lambda L) < \lambda F(K;L)$.

Lien avec le coût moyen, exemple dans le cas de rendements décroissants : on aura une multiplication de la production égale à λ' lorsque l'on multiplie la quantité de travail et de capital par λ tel que $\lambda' < \lambda$. Si l'on paie chaque unité de travail au salaire w et que la rentabilité de chaque unité de capital est r, on aura un profit après augmentation tel que, $\pi_1(K;L) = \lambda' F(K;L) - \lambda(rK + wL)$. Puisque le profit s'exprime comme production moins coûts. Le rapport entre le second terme et le premier est donc le coût moyen par unité produite,

$$CM_1(K;L) = \frac{\lambda}{\lambda'} \cdot \frac{rK + wL}{F(K;L)} = \frac{\lambda}{\lambda'} \cdot CM_0(K;L) \;\Leftrightarrow\; CM_1(K;L) > CM_0(K;L)$$

Ainsi, le nouveau coût moyen est une multiplication du coût moyen initial par un terme supérieur à 1 ($\lambda' < \lambda$). **On part de rendements décroissants, on prouve que le coût moyen doit être croissant.**

2) Equilibre de monopole non régulé,

Le cheminement à suivre est le même que ce qui a été fait pour les équilibres de monopole du dossier 1,

(i) Demande inverse, $D(p) = 100 - p \;\Leftrightarrow\; p(q) = 100 - q$;

(ii) Fonction de profit, $\pi(p) = (100 - q) \times q - (10q + 10) \;\Leftrightarrow\; \pi(q) = (90 - q) \times q - 10$;

(iii) Conditions de maximisation,

$$\text{CPO} : \pi'(q) = 0 \;\Leftrightarrow\; 90 - 2q = 0 \;\Leftrightarrow\; q^M = 45$$

$$\text{CSO} : \forall q,\; \pi''(q) = -2 < 0$$

(iv) Prix de monopole, $p(q^M) = 100 - 45 = 55$.

L'équilibre du monopole non régulé est donné par le couple : $\boxed{\{p^M; q^M\} = \{55; 45\}}$.

3) Equilibre de régulation au coût marginal,

Le prix de vente est plafonné pour ce monopole. Il doit vendre tel que : $\boldsymbol{p^{Cm} = C'(q)}$. Or, $C'(q) = 10$. Le coût marginal ne dépend pas de q. Sous ce type de régulation, le monopole vend ses unités au prix de 10. La demande correspondante est : $D(p^{Cm}) = 100 - 10 = 90$.

L'équilibre du monopole régulé au coût marginal est donné par le couple $\boxed{\{p^{Cm}; q^{Cm}\} = \{10; 90\}}$. L'avantage de cette régulation est qu'elle **maximise le surplus total** (voir calculs questions suivantes). En revanche, le régulateur doit mettre en place des **transferts nécéssaires à hauteur des coûts fixes du monopole** pour que ce dernier entre sur le marché et ait intérêt à produire (autrement il ferait un profit négatif).

4) Equilibre de régulation au coût moyen,

Dans ce cas le plafond pour le prix fixé par le monopole sera son coût moyen. Il doit vendre tel que $\boldsymbol{p(q) = CM(q)}$. **Le coût moyen dépend des quantités vendues. Ainsi on utilise également la demande inverse pour avoir q des deux côtés de l'identité**. Autrement dit, ici on résoud,

$$p(q) = CM(q) \;\Leftrightarrow\; 100 - q = 10 + \frac{10}{q} \;\Leftrightarrow\; 90 - q = \frac{10}{q} \;\Leftrightarrow\; q^2 - 90q + 10 = 0$$

On trouve les racines du polynôme de second degré grâce au **discriminant** (rappel : pour tout polynôme du second degré $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$, le discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac$ et les racines i sont $x_{0i} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$),

$$\Delta = (-90)^2 - 40 = 8060 \Rightarrow \begin{cases} q_{01} = \dfrac{90 - \sqrt{8060}}{2} = 45 - \sqrt{2015} \\ q_{02} = \dfrac{90 + \sqrt{8060}}{2} = 45 + \sqrt{2015} \end{cases}$$

Les deux racines sont positives. On choisit la plus élevée des deux. Le producteur est indifférent entre ces quantités (lui apportera le même profit) mais **le consommateur retirera plus d'utilité à la consommation** avec $q_{02} = 45 + \sqrt{2015}$ car il pourra consommer plus à un prix plus faible (car la demande inverse est décroissante des quantités). Voir la figure 3. Le prix se déduit de $p(q_{02}) = 100 - (45 + \sqrt{2015}) = 55 - \sqrt{2015}$. Le couple d'équilibre est donc : $\boxed{\{p^{CM}; q^{CM}\} = \{55 - \sqrt{2015}; 45 + \sqrt{2015}\}}$

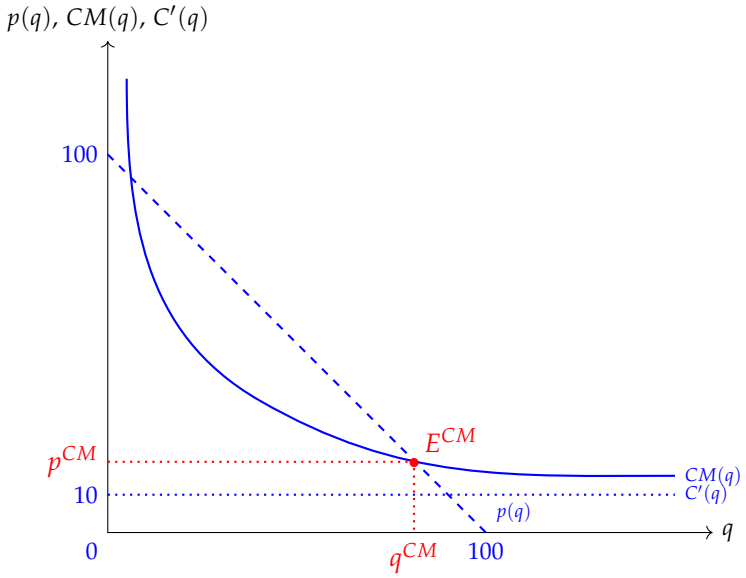

FIGURE 3 – Equilibre de monopole régulé au coût moyen

L'avantage de cette régulation est qu'elle **n'implique aucun transfert** : le monopole couvre ses coûts par définition. Ainsi son **profit sera nul**. En comparaison avec la régulation au coût marginal, le **surplus total est plus faible**.

Exercice 5. Tarification au coût moyen et augmentation de la demande

Données de l'énoncé,
Fonction de demande : $D(p) = 10 - 2p$
Coût total : $C(q) = 2q + \frac{5}{2}$

1) Equilibre de régulation au coût moyen et surplus,

Selon la fonction de coût donnée, le **coût moyen** est : $\boxed{CM(q) = 2 + \frac{5}{2q}}$. Sachant que la condition pour une telle régulation est $p = CM(q)$, on remplace q de chaque cas de figure étudié et on regarde si le résultat obtenu est différent du p proposé,

- Couple $\{q = 5; p = \frac{5}{2}\}$: pour $q = 5$, $CM(5) = 2 + \frac{5}{10} = \frac{5}{2}$. C'est bien égal au prix proposé. Il s'agit d'un **équilibre de tarification au coût moyen** (profit du monopole nul par définition) ;
- Couple $\{q = 3; p = \frac{7}{2}\}$: pour $q = 3$, $CM(3) = 2 + \frac{5}{6} = \frac{17}{6}$. Le prix d'équilibre de régulation au coût moyen doit être $\frac{17}{6}$, or le régulateur propose $p = \frac{7}{2}$ soit $\frac{21}{6}$. Donc **le monopole ferait un profit strictement positif ici puisqu'il tarifie plus haut que son coût moyen** ;
- Couple $\{q = 1; p = \frac{9}{2}\}$: pour $q = 1$, $CM(1) = 2 + \frac{5}{2} = \frac{9}{2}$. C'est bien égal au prix proposé. Il s'agit d'un **équilibre de tarification au coût moyen** (profit du monopole nul par définition).

Comme dans l'exercice précédent, l'égalisation du prix au coût moyen induit deux quantités d'équilibres différentes : à nouveau, **la plus élevée est synonyme de surplus plus élevé car les consommateurs auront accès à plus de bien pour un prix plus faible** (avec un profit égal à zéro dans les deux cas pour la firme).

2) Demande multipliée par $\lambda > 1$,

Notons que le coût moyen est décroissant des quantités : $\forall q,\ CM'(q) = -\frac{5}{4q^2} < 0$. **Les rendements sont donc croissants**. Si la demande augmente à prix fixe, le profit du monopole sera positif. Donc **une régulation au coût moyen, suite à une augmentation de la demande permet de réduire le prix d'équilibre**.

La firme vend la même quantité en augmentant le prix dans une proportion λ ? **FAUX**. Le prix va diminuer car le monopole se trouverait **au dessus de sa courbe de coût moyen** désormais et fait un profit positif. **La régulation implique qu'il doit diminuer son prix** ;

La firme vend une quantité accrue dans la proportion λ pour un prix inchangé ? **FAUX**. Si le prix est inchangé, les quantités vendues seront inchangées également. Le seul changement intervient sur **le profit du monopole qui sera désormais positif** car il vend au dessus de son coût moyen. **La régulation ne serait pas appliquée** ;

La firme accroît-elle son prix dans une proportion inférieure à *lambda*? supérieure à λ ? **FAUX**. **La firme va diminuer son prix pour respecter la tarification au coût moyen**. En aucun cas le prix augmentera dans cette situation ;

La firme diminue-t-elle son prix ? **VRAI**. L'augmentation de la demande permet de **glisser plus bas sur la courbe de coût moyen**. En respectant la régulation, **le monopole devra ajuster son prix à la baisse**.

Pour aller plus loin, et se convaincre de cette intuition économique, on peut prouver ces résultats par le **calcul** et la **représentation graphique**. Initialement, la demande inverse est donnée par : $p(q) = 10 - \frac{1}{2}q$. Avec la régulation, la condition d'égalisation du prix (demande inverse) et du coût moyen permet de trouver l'équilibre,

$$p(q) = CM(q) \Leftrightarrow 10 - \frac{1}{2}q = 2 + \frac{5}{2q} \Leftrightarrow 8 - \frac{1}{2}q = \frac{5}{2q} \Leftrightarrow q^2 - 16q + 5 = 0$$

Les racines sont,

$$\Delta = (-16)^2 - 20 = 236 \Rightarrow \begin{cases} q_{01} = \dfrac{16 - \sqrt{236}}{2} = 8 - \sqrt{59} \\ q_{02} = \dfrac{16 + \sqrt{236}}{2} = 8 + \sqrt{59} \end{cases}$$

On réintroduit la valeur de q la plus élevée (qui permet d'avoir un surplus plus élevé pour les consommateurs) dans la demande inverse,

$$p(q_{02}) = 10 - \frac{1}{2}(8 + \sqrt{59}) = 6 - \sqrt{59}$$

En comparaison, une fois que le bien bénéficie de l'effet de mode la demande devient : $\lambda D(p) > D(p)$. Donc la nouvelle demande inverse est,

$$q = \lambda(10 - 2p) \Leftrightarrow \frac{1}{\lambda}q = 10 - 2p \Leftrightarrow p(q, \lambda) = 10 - \frac{1}{2\lambda}q$$

En tout point de q, la nouvelle demande est supérieure à l'ancienne demande et la nouvelle demande inverse est inférieure à l'ancienne demande inverse. La figure 4 permet de le visualiser. On voit clairement qu'on glisse sur la courbe de coût moyen vers le bas : les quantités augmentent et le prix diminue sous la régulation après l'effet de mode (flèche rouge).

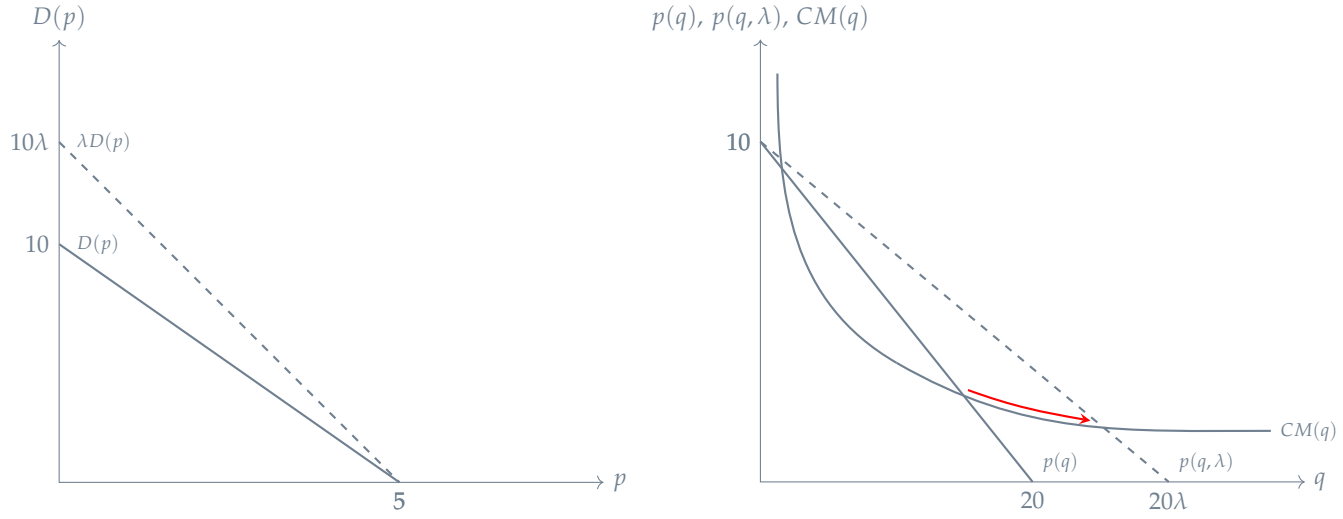

FIGURE 4 – Effet de mode sur la demande et demande inverse (droites en pointillés)

De manière analytique, le nouvel équilibre est défini par,

$$p(q, \lambda) = CM(q) \Leftrightarrow 10 - \frac{1}{2\lambda}q = 2 + \frac{5}{2q} \Leftrightarrow 8 - \frac{1}{2\lambda}q = \frac{5}{2q} \Leftrightarrow \frac{1}{\lambda}q^2 - 16q + 5 = 0$$

Après calcul du déterminant et expression des racines, le nouveau couple d'équilibre est,

$$\{p_\lambda; q_\lambda\} = \left\{6 - \sqrt{256 - \frac{20}{\lambda}}; 8 + \sqrt{256 - \frac{20}{\lambda}}\right\}$$

Puisque $\lambda > 1$, $\sqrt{256 - \frac{20}{\lambda}}$ est croissant de λ, donc **le prix à diminué et les quantités ont augmenté par rapport à la situation initiale**.

Exercice 6. Technologie du producteur et surplus total

Données de l'énoncé,
Fonction de demande inverse : $p(q) = 10 - q$
Coût total : $C(q) = cq$, avec $c \in \{1, 2\}$ selon la technologie du producteur.

1) Régulation du monopole,

La fonction de coût est linéaire des quantités et proportionnelle à c (un facteur qui représente la plus ou moins grande efficacité de la technologie à disposition). **Il n'y a pas de coûts fixes ici : le régulateur impose une tarification au coût marginal telle que $p = c$.** Selon l'efficacité de production, on aura : $p = 1$ ou $p = 2$.

2) Information incomplète,

(i) Si le prix plafond est 1, alors **un monopole efficace** ($c = 1$) **pourra produire car il assure un profit nul pour $p = 1$. Un monopole moins efficace** ($c = 2$) ne produira pas. Aucun prix potentiel entre 0 et le prix plafond de 1 ne lui assurera un profit positive ou nul. Il **se retire du marché** ;

(ii) Si le prix plafond $\overline{p}$ est compris entre 1 et 2, alors **la conclusion est identique pour le monopole moins efficace**. Le monopole efficace pourra assurer un profit positif en fixant un prix entre 1 (son coût marginal) et $\overline{p}$. Rappelons que les quantités et le prix fixé en monopole subissent également les effets négatifs inhérent à la recette marginal (décroissante). **Il faut avoir une idée du prix qui maximiserait son prix s'il avait un libre choix et savoir comment se comporte le profit en fonction de** p. Son profit peut-être exprimé en fonction de p en inversant la demande inverse : $D(p) = 10 - p$. Sachant que $D(p)$ représente les quantités on trouve ensuite,

$$\pi(p) = pD(p) - cD(p) = (p - c)D(p) = (p - 1)(10 - p)$$

Les conditions à la maximisation sont,

$$\text{CPO} : \pi'(p) = 0 \Leftrightarrow (10 - p) - (p - 1) = 0 \Leftrightarrow p = \frac{11}{2}$$

$$\text{CSO} : \forall p,\ \pi''(p) = -2 < 0$$

On atteint bien un maximum en $p^M = \frac{11}{2}$. La dérivée première du profit est positive avant ce point, négative ensuite. Donc le profit croît, puis décroît (voir figure 5) : **le monopole choisit le prix le plus élevé possible car la fourchette de prix proposé est dans la partie croissante du profit**. Donc $p = \overline{p}$;

(iii) Si le prix plafond est 2, alors les deux types de monopole font on profit positif ou nul en produisant. Peu importe l'efficacité de production, **les deux produisent au prix $p = 2$.**

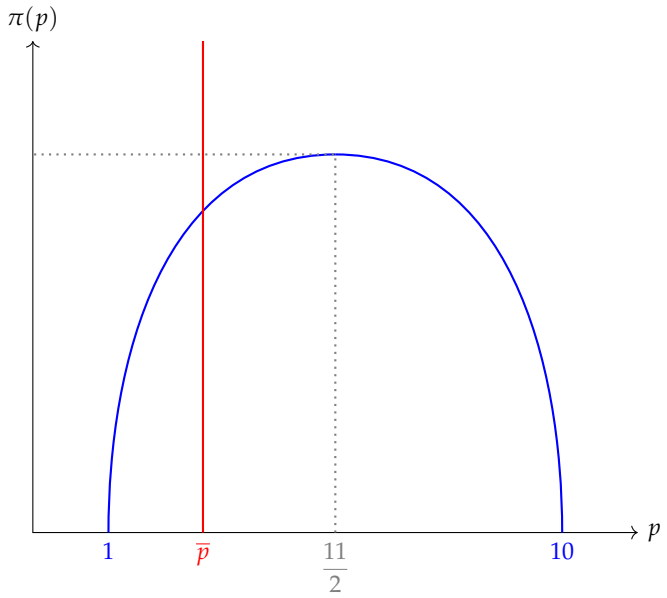

FIGURE 5 – Choix d'un monopole efficace sous régulation en information incomplète

3) Maximisation du surplus total grâce au prix plafond,

Quelle configuration à rejeter d'office ? Le cas (ii) présente deux incovénients et aucun avantages : (1) il **ne permet pas à la firme d'entrer sur le marché si celle-ci n'est pas efficace** ($c = 2 > \overline{p}$) ; (2) il **permet à la firme de fixer un prix plus élevé que son coût marginal si celle-ci est efficace** ($\overline{p} > c = 1$). On élimine donc cette configuration ;

Qu'en est-il des configurations (i) et (iii) ? Le cas (i) présente l'avantage de contraindre la firme, si elle est efficace, à tarifer au coût marginal ($\overline{p} = c = 1$). En revanche, cette configuration empêcherait une firme de non-efficace à rentrer sur le marché ($c = 2 > \overline{p} = 1$). Le cas (iii) présente l'avantage de permettre à la firme non-efficace d'entrer sur le marché ($\overline{p} = c = 2$). En revanche, cette configuration permettrait à une firme de efficace de tarifer au-delà de son coût marginal ($\overline{p} > c = 1$). A ce stade, **on ne peut pas décider entre les deux car on ne connaît pas la magnitude de chaque effet positif et négatif**.

Vérification par les calculs d'espérance surplus sachant **une probabilité equivalente d'apparition d'une firme efficace ou non** : 0.5),

$$\mathbb{E}(ST) = \frac{1}{2}(ST_{|c=1}) + \frac{1}{2}(ST_{|c=2}) = \frac{1}{2}(SC_{|c=1} + SP_{|c=1}) + \frac{1}{2}(SC_{|c=2} + SP_{|c=2})$$

Dans le cas (i), selon l'efficacité de la firme on aura,

Si $c = 1$: le surplus de la firme est nul puisqu'elle tarifie au coût marginal. Le surplus des consommateurs est donné ci-dessous. **Le surplus total est de 40.5**,

$$SC|_{|c=1} = \frac{1}{2}(10-1)9 = 40.5 \qquad SP|_{|c=1} = \pi = 0$$

Si $c = 2$, puisque la firme n'entre pas sur le marché **aucun surplus n'est produit, que ce soit du côté des consommateurs comme de la firme**,

$$SC|_{|c=2} = 0 \qquad SP|_{|c=2} = 0$$

L'espérance de profit sera donc la moyenne pondérée des surplus totaux des deux situations équiprobable,

$$\mathbb{E}(ST) = \frac{1}{2} \times 40.5 + \frac{1}{2} \times 0 = 20.25$$

Dans le cas (ii), selon l'efficacité de la firme on aura,

Si $\boldsymbol{c = 1}$, la firme fixe un prix égale à 2 (bien supérieur à son coût marginal égale à 1), ce qui **lui permet de dégager du profit**. Les consommateurs font face au prix de 2 fixé par la firme et retirent un surplus tel que ci-dessous. **Le surplus total est de 40**,

$$SC|_{|c=1} = \frac{1}{2}(10-2)8 = 32 \qquad SP|_{|c=1} = \pi = (10-2)(2-1) = 8$$

Si $\boldsymbol{c = 2}$, la firme doit ici tarifer au coût marginal ($c = 2$) donc elle ne dégage aucun profit. Le surplus des consommateurs est donné ci-dessous. **Le surplus total est de 32**,

$$SC|_{c=2} = \frac{1}{2}(10-2)8 = 32 \qquad SP|_{|c=2} = \pi = 0$$

L'espérance de profit sera donc la moyenne pondérée des surplus totaux des deux situations équiprobable,

$$\mathbb{E}(ST) = \frac{1}{2} \times 40 + \frac{1}{2} \times 32 = 46$$

La perte de surplus (pour les consommateurs) liée à l'autorisation du monopole à fixer un prix supérieur à son coût marginal est plus que compensée par le gain lié à cette tarification lorsque le monopole est efficace. **Le cas (iii) domine le cas (i)** : $\boxed{\mathbb{E}\left(\, ST|_{\text{cas (i)}}\right) = 20.25 < \mathbb{E}\left(\, ST|_{\text{cas (iii)}}\right) = 46}$.